

Lösungen

Aufgabe «Krankheit 2»:

Mit der Vierfeldertafel:

Es sei $x = \text{Anzahl Kranker Personen von } 1000$

	krank (K)	gesund (G)	Total
positiv (P)	$0.99x (= x \cdot 0.99)$	$40 - 0.04x$ $(= 0.04 \cdot (1000 - x))$	$40 + 0.95x$
negativ (N)	$0.01x (= x \cdot 0.01)$	$960 - 0.96x$ $(= 0.96 \cdot (1000 - x))$	$960 - 0.95x$
Total	x	$1000 - x$	1000

$$\rightarrow p(K | P) = 70\%$$

$$0.7 = \frac{0.99x}{40+0.95x} \quad | \cdot (40+0.95x)$$

$$0.7 \cdot (40+0.95x) = 0.99x$$

$$28 + 0.665x = 0.99x \quad | -0.665x$$

$$28 = 0.325x \quad | : 0.325$$

$$86.15 = x$$

$$\rightarrow \text{Anteil der Bevölkerung mit Krankheit} = \frac{86.15}{1000} = 8.6\%$$

Oder mit der Formel:

Es sei $x = \text{Anteil der Bevölkerung mit der Krankheit}$

$$p(K \cap P) = x \cdot 0.99$$

$$\begin{aligned} p(P) &= p(K \cap P) + p(G \cap P) \\ &= x \cdot 0.99 + (1 - x) \cdot 0.04 \\ &= 0.99x + 0.04 - 0.04x \\ &= 0.95x + 0.04 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p(K | P) &= \frac{p(K \cap P)}{p(P)} = 70\% \\ \frac{x \cdot 0.99}{0.95x + 0.04} &= 0.7 & | \cdot (0.95x + 0.04) \\ 0.99x &= 0.7 \cdot (0.95x + 0.04) \\ 0.99x &= 0.665x + 0.028 & | -0.665x \\ 0.325x &= 0.028 & | : 0.325 \\ x &= 8.6\% \end{aligned}$$