Herleitung Formel

$p(A \mid B) =$ Wahrscheinlichkeit für A unter der Bedingung B.

Nach Laplace gilt:

$$\frac{Anzahl\ aller\ günstigen\ Ergebnisse}{Anzahl\ aller\ möglichen\ Ergebnisse}$$

Da die Bedingung B gesetzt ist, gilt:

$$alle\ möglichen\ Ergebnisse = alle\ Ergebnisse\ in\ B$$

Und weiter gilt deswegen auch:

$$alle\ günstigen\ Ergebnisse = alle\ Ergebnisse\ in\ A, die\ auch\ in\ B\ sind$$

(Bemerkung: Die Ergebnisse, die in A, aber nicht in B sind, gehören nicht zu den günstigen Ergebnissen, denn sie erfüllen die Voraussetzung/Bedingung B nicht)

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{p(A \mid B)} = \frac{Anzahl\ aller\ günstigen\ Ergebnisse}{Anzahl\ aller\ möglichen\ Ergebnisse}$$

$$= \frac{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ A,\ \ die\ auch\ in\ B\ sind}{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ B}$$

$$= \frac{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ A,\ \ die\ auch\ in\ B\ sind}{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ B} \cdot 1$$

$$= \frac{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ A,\ \ die\ auch\ in\ B\ sind}{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ B} \cdot \frac{\frac{1}{alle\ Ergebnisse}}{\frac{1}{alle\ Ergebnisse}}$$

$$= \frac{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ A,\ \ die\ auch\ in\ B\ sind \cdot \frac{1}{alle\ Ergebnisse}}{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ B \cdot \frac{1}{alle\ Ergebnisse}}$$

$$= \frac{\frac{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ A,\ \ die\ auch\ in\ B\ sind}{alle\ Ergebnisse}}{\frac{Anzahl\ aller\ Ergebnisse\ in\ B}{alle\ Ergebnisse}}$$

$$= \frac{p(sowohl\ A\ als\ auch\ B)}{p(B)}$$

$$= \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$